

## ΠΡΟΚΛΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1.

Η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  είναι συνεχής και φραγμένη και είναι  $f(0) \neq 0$

να αποδείξετε ότι υπάρχουν  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  με  $x_1 \neq x_2$  τέτοιοι ώστε  $x_1 f(x_2) + x_2 f(x_1) = 0$

(Προτεινόμενη σε διαγωνισμό Ρουμανίας 1996)

ΘΕΜΑ 2.

Για την συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ισχύει

$f(2^x - 3x) = 2^{f(x)} - 3f(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$

- 1) Να δείξετε ότι υπάρχει  $x_0 \in \mathbb{R}$ , ώστε  $f(f(x_0)) = x_0$
- 2) Αν επιπλέον η  $f$  είναι συνεχής να αποδείξετε ότι υπάρχει  $\xi \in \mathbb{R}$ , ώστε  $f(\xi) = \xi$