

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Να λυθεί το σύστημα

$$5^x + 5^y = 130$$

$$3^x - y^3 = 26 \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Β΄ + Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

2. Να λυθεί το σύστημα

$$3^x + 4^x = 5^x \cdot y$$

$$3^y + 4^y = 5^y \cdot z$$

$$3^z + 4^z = 5^z \cdot x \quad (x, y, z \in \mathbb{R})$$

3. Έστω συνεχής συνάρτηση $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ με την ιδιότητα για κάθε $n \in \mathbb{N}^*$ και για κάθε $x_1, x_2, \dots, x_n \in [0, 1]$ με $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$ να ισχύει $f(x_1)f(x_2)\dots f(x_n) = e$
Να αποδείξετε ότι $f(x) = e^x$, $x \in [0, 1]$

Παραλλαγή θέματος από Ρουμάνικη Βιβλιοθήκη