

08. Αν $\alpha, \beta, \gamma > 0$ και $\alpha\beta\gamma=1$ να αποδείξετε ότι

$$\alpha\sqrt{\alpha} + \beta\sqrt{\beta} + \gamma\sqrt{\gamma} \geq \alpha + \beta + \gamma$$

09. Για την δυο φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύει

$$(x^2-x) \cdot f''(x) - (x^2-x+1) \cdot f'(x) + f(x) = 0 \text{ για κάθε } x \in [0,1]$$

Να βρεθεί ο τύπος της f

10. Η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι τρεις φορές παραγωγίσιμη στο \mathbb{R}

με την f'''' γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R}

Να αποδείξετε ότι $f(2x) + f(0) \geq 2f(x) + x^2 \cdot f''(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(Παραλλαγή προτεινόμενης άσκησης στο βιβλίο του Σωτήρη Ντούγια Ιωάννινα 2010)