

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΠΡΟΚΛΗΣΕΙΣ

01. Αν $\alpha, \beta, x, y \in \mathbb{R}$ και ισχύουν

$$\begin{aligned}x^3 + 3\alpha\beta^2 &= \alpha^3 + 3xy^2 \\ y^3 + 3\alpha^2\beta &= \beta^3 + 3x^2y\end{aligned}$$

να εκφράσετε τους x, y συναρτήσει των α, β .

02. Αν η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι συνεχής στο \mathbb{R} και ισχύει

$$2011 \cdot f(2011x) = f(x) + f(2x) + f(3x) + \dots + f(2010x)$$

για κάθε $x \in \mathbb{R}$ να αποδείξετε ότι $f(x) = 0$, $x \in \mathbb{R}$.

03. Αν $\alpha, \beta, \gamma > 0$ και ισχύουν

$$(\alpha + \beta) \cdot (\beta + \gamma) \cdot (\gamma + \alpha) = 1$$

$$\text{και } \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \alpha + \beta + \gamma$$

$$\text{να αποδείξετε ότι } \alpha = \beta = \gamma = \frac{1}{2}$$