

ΠΡΟΚΛΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1.

Να βρείτε την μέγιστη τιμή της παράστασης

$$f(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = \frac{\sqrt{\alpha-1}}{\alpha} + \frac{\sqrt{\beta-2}}{\beta} + \frac{\sqrt{\gamma-3}}{\gamma} + \frac{\sqrt{\delta-4}}{\delta}$$

όπου $\alpha \in [1, +\infty)$, $\beta \in [2, +\infty)$, $\gamma \in [3, +\infty)$, $\delta \in [4, +\infty)$

ΘΕΜΑ 2.

Έστω οι δυο φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει

$f(1) = 0$ και $xf''(x) + 2 \cdot (x+1) \cdot f'(x) + (x+2)f(x) > 0$ για κάθε $x \in [0, 1]$

Να δείξετε ότι $f(x) < 0$, $\forall x \in (0, 1)$

ΘΕΜΑ 3.

Για τη συνεχή συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύει $f(x^2) + f(x) = x^2 + x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Να βρεθεί ο τύπος της f