ΠΡΟΚΛΗΣΕΙΣ

(Α,Β,Γ ΛΥΚΕΙΟΥ)

(Από ελληνική και ξένη βιβλιογραφία)

ΘΕΜΑ 1.

Αν $\alpha, b, c>0$ να αποδείξετε ότι

$$\frac{\alpha^2+bc}{b+c}+\frac{b^2+\alpha c}{\alpha+c}+\frac{c^2+\alpha b}{\alpha+b}\geq \alpha+b+c$$

ΘΕΜΑ 2.

Αν α, b ,c>0 και αbc=1 να αποδείξετε ότι

$$\frac{1}{\alpha+b+1}+\frac{1}{b+c+1}+\frac{1}{c+\alpha+1}\leq 1$$

ΘΕΜΑ 3.

Να βρεθούν οι θετικοί ακέραιοι x,y ώστε $1!+2!+\ldots+x!=y^2$

ΘΕΜΑ 4.

Αν x,y είναι οι θετικοί ακέραιοι και x-y=4

να αποδείξετε ότι ο αριθμός $\sqrt{xy}$ δεν είναι ακέραιος .

ΘΕΜΑ 5.

Να βρεθούν οι ακέραιοι α,β αν ισχύει

$$\alpha^2+\beta^2+7(\beta-\alpha)=54$$

ΘΕΜΑ 6.

Να λυθεί το σύστημα

$$\begin{aligned} x^2 &= y+z \\ y^2 &= z+x \\ z^2 &= x+y \\ (x,y,z &\geq 0) \end{aligned}$$

VASILE POPA

ΘΕΜΑ 7.

Να βρεθούν όλες οι συνεχείς συναρτήσεις $f:\mathrm{IR}\to\mathrm{IR}$ για τις οποίες ισχύει

$f(\alpha)\cdot f(\beta)\cdot f(\gamma)=2^{\alpha\beta\gamma}$ για κάθε $\alpha,\beta.\gamma\in\mathrm{IR}$ με $\alpha+\beta+\gamma=0$

N.Z.